



Шифр

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|--|--|--|--|

25 ноября 2015 года

Тексты заданий для муниципального этапа олимпиады  
по МАТЕМАТИКЕ

**МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП  
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ  
ПО МАТЕМАТИКЕ  
2015/2016 УЧЕБНОГО ГОДА**

**Комплект заданий для учеников 9 классов**

| Номер задания | Баллы |
|---------------|-------|
| 1             |       |
| 2             |       |
| 3             |       |
| 4             |       |
| 5             |       |
| 6             |       |
| Общий балл    |       |

## ***Уважаемый участник Олимпиады!***

1. Решение математической задачи включает не только ответ, но и рассуждение, приводящее к этому ответу. Приведённый ответ без соответствующего рассуждения не может рассматриваться как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами полного балла за задачу (если только решение задачи не подразумевает приведение конкретного примера). Задача признается решённой, если в предложенном тексте достаточно явно изложены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько исчерпывающе эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается от 50 до 100 процентов от полного балла.

2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.

3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.

4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т.п. (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание Вашего рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.

5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны в тексте.

6. Все задачи равноценны и оцениваются из 7 баллов за задачу.

**Максимальная оценка — 42 балла.**

**Время на выполнение заданий — 4 часа.**

***Желаем вам успеха!***

**9.1.** На доске написаны четыре ненулевых числа, причём сумма любых трёх из них меньше четвёртого числа. Какое наименьшее количество отрицательных чисел может быть написано на доске? Ответ обосновать.

**9.2.** Приведённый квадратный трёхчлен  $y = x^2 + ax + b$  имеет два корня. Докажите, что если прибавить к коэффициенту  $a$  любой из этих корней, а из коэффициента  $b$  вычесть квадрат этого же корня, то полученный трёхчлен также будет иметь по крайней мере один корень.

**9.3.** В окружность с центром  $O$  вписан квадрат. Пусть  $M$  — середина его стороны,  $X$  — произвольная точка на окружности,  $T$  — середина отрезка  $OX$ . Докажите, что  $\frac{MX}{MT} = \sqrt{2}$ .

**9.4.** Прогульщик Вася каждый понедельник сентября пропускал по одному уроку, каждый вторник — по два урока, среду — по три, четверг — по четыре и пятницу — по пять уроков. Исключение составило 1 сентября: в этот день Вася в честь начала учебного года уроков не прогуливал. Оказалось, что за весь сентябрь Вася пропустил ровно 64 урока. На какой день недели пришлось 1 сентября? Ответ обосновать. (Все субботы и воскресенья сентября были выходными, а остальные дни учебными.)

**9.5.** В обменном пункте можно совершать только следующие операции:

- 1) обменять 2 золотых монеты на три серебряных и одну медную;
- 2) обменять 5 серебряных монет на три золотых и одну медную.

У Николая были только серебряные монеты. После нескольких посещений обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 50 медных монет. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николая? Ответ обоснуйте. Учтите, что обмен денег в банке не является равноценной операцией, то есть при каждом обмене покупательная способность имеющихся у Николая монет несколько уменьшалась.

**9.6.** Конечно или бесконечно множество троек  $(a, b, c)$  целых чисел, для которых верно равенство  $a^2 + b^2 = 2(c^2 + 1)$ ? Ответ обосновать.